

Б1.В.ОД.14. Математика

1. Цель и задачи дисциплины

Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Математика» относится к вариативной части Блока 1 основной профессиональной образовательной программы академического бакалавриата по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия, профиль – Технические системы в агробизнесе (Нефтехозяйства и топливозаправочные комплексы).

Цель дисциплины

Бакалавр по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия должен быть подготовлен к научно-исследовательской, проектной, производственно-технологической, организационно-управленческой деятельности.

Цель дисциплины – сформировать у студентов систему фундаментальных знаний, необходимых для последующей подготовки бакалавра, способного применять математические методы в решении практических задач сельскохозяйственного производства, а также способствующих дальнейшему развитию личности.

Задачи дисциплины

Задачи дисциплины:

- изучить основы математического аппарата необходимого для решения теоретических и практических задач;
- формировать умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу по математике и ее приложениям;
- развивать логическое и алгоритмическое мышление;
- повышать общий уровень математической культуры;
- формировать навыки математического исследования прикладных вопросов, умения использовать математические методы и основы математического моделирования в прикладных задачах будущей профессиональной деятельности.

2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент

должен обладать компетенциями

профессиональными:

- готовность к обработке результатов экспериментальных исследований (ПК-3).

В результате изучения дисциплины студент

должен знать:

основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, элементов теории функций комплексного переменного;

должен уметь:

использовать математический аппарат для обработки технической и экономической информации и анализа данных, связанных с использованием машин и надежностью систем;

должен владеть:

методами построения математических моделей типовых профессиональных задач.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Содержание дисциплины

Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Элементы линейной алгебры

Значение курса математики в профессиональной подготовке и профессиональной деятельности. Ориентировочная основа действий по применению математики в решении прикладных задач; понятия математического моделирования, метода и алгоритма решения задач. Элементы математической логики; необходимое и достаточное условия. Символы математической логики, их использование.

Линейные преобразования и их матрицы, действия с ними. Понятие обратной матрицы. Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений и её решение. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместных систем линейных уравнений. Базисные решения. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса. Нахождение обратной матрицы. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Формулы Крамера.

Элементы векторной алгебры

Векторы. Линейные операции над векторами. Теоремы о проекции вектора на ось. Координаты вектора. Линейно независимые системы векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы и длина вектора. Понятие о векторных диаграммах в науке и технике. Скалярное произведение векторов и его свойства, выражение в координатной форме. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов. Механический и геометрический смысл скалярного произведения. Векторное произведение двух векторов, его свойства, выражение в координатной форме. Условие коллинеарности двух векторов. Простейшие приложения векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов. Свойства и выражение в координатной форме. Применение смешанного произведения в решении прикладных задач.

Аналитической геометрии

Уравнения линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности. Пересечение двух прямых. Уравнение пучка прямых, проходящих через данную точку. Метод координат. Основные задачи на метод координат (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, расстояние от точки до прямой). Кривые второго

порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Эксцентриситет эллипс и гиперболы. Асимптоты гиперболы. Сопряжённая гипербола. Понятие об общем уравнении кривой второго порядка и приведение его к канонической форме путём переноса.

Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости и его частные виды. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности. Угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности. Задача о нахождении точки пересечения прямой и плоскости.

Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Сфера. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Конус. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений. Технические приложения геометрических свойств поверхностей.

Полярные координаты на плоскости, их связь с декартовой системой координат. Кривые в полярных координатах (кардиоиды, спираль, лемниската). Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Различные способы задания линий и поверхностей в пространстве.

Раздел 2. Математический анализ

Введение в математический анализ

Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции, их графики. Классификация функций. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Предел числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности (формулировка). Число e . Натуральные логарифмы. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции в точке, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые. Непрерывность функций в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификации. Действия над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функции, непрерывной на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Понятие функции, дифференцируемой в точке, дифференциал функции и его геометрический смысл. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Производные основных элементарных функций. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функции. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала к приближённым вычислениям. Дифференцирование

функций, заданных неявно, параметрически. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Правило Лопиталя для раскрытия неопределённостей. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов высших порядков. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на интервале. Исследование выпуклости и вогнутости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построения графика по характерным точкам. Вектор-функция скалярного аргумента. Годограф. Предел и непрерывность вектор-функции. Дифференцирование вектор-функции, механический и геометрический смысл производной вектор-функции. Приложения к механике. Дифференциал дуги кривой и его геометрический смысл. Средняя кривизна кривой и кривизна в точке. Радиус и центр кривизны.

Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Использование таблицы основных интегралов. Методы интегрирования: интегрирование заменой переменной и по частям, интегрирование рациональных дробей, тригонометрические подстановки и методы «рационализации» интегралов. Понятие «берущихся» и «неберущихся» интегралов в элементарных функциях.

Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, как предел интегральной суммы. Понятие об интегрируемой функции, формулировка теоремы существования. Простейшие свойства определённого интеграла, теорема о среднем. Среднее значение функции. Производная от определённого интеграла по верхнему пределу. Связь между определённым интегралом и первообразной функцией. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Вычисление определённых интегралов способом подстановки и по частям. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Геометрическое приложение определённого интеграла: вычисление площадей фигур, ограниченных кривыми в декартовой и полярной системах координат, объёмов тел по площадям поперечных сечений и тел вращения, длин дуг кривых, площадей поверхностей вращения. Приложения интеграла к решению простейших задач механики и физики.

Функции нескольких переменных

Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Некоторые понятия топологии. Частные производные. Их геометрический смысл (для случая двух переменных). Полное приращение функции. Теорема о полном приращении. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Применение полного

дифференциала к приближённым вычислениям. Инвариантность формы полного дифференциала. Условия, при которых выражение $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ является полным дифференциалом. Дифференцирование сложной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных производных (формулировка). Формула Тейлора. Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Отыскание наибольших и наименьших значений функции. Задача обработки наблюдений. Подбор параметров кривых по способу наименьших квадратов. Понятие о способах выравнивания.

Элементы теории поля

Скалярное и векторное поля. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Связь градиента с поверхностями и линиями уровня. Понятие о потоке векторного поля. Дивергенция. Формула Остроградского-Гаусса. Циркуляция поля. Ротор поля. Формула Стокса.

Элементы теории функции комплексного переменного

Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Их свойства. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Алгебраические действия над ними. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Корни из комплексных чисел. Функции комплексного переменного. Элементарные аналитические функции. Дифференцируемость. Условия Коши-Римана. Интегрирование по комплексному аргументу. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Теория дифференциальных уравнений

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие об общем и частном решении. Интегральные кривые. Начальные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные и линейные. Понятие об особом решении. Поле направлений дифференциального уравнения. Изоклины. Приложения дифференциальных уравнений первого порядка в различных областях науки. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее и частное решение. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка. Примеры применения дифференциальных уравнений в науке и технике. Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятие общего решения. Свойства их решений. Линейно независимые решения. Структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Характеристическое уравнение. Запись общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Теорема о наложении решений. Уравнения с правой частью специального вида. Приложения к описанию линейных моделей. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Приложения в динамике систем материальных точек, в теории автоматического управления, в биологии и т.п. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Задачи, приводящие к понятию кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Формулировка теоремы о существовании двойного интеграла. Теорема о среднем значении. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием. Переход в двойном интеграле к полярным координатам. Геометрические и физические приложения двойного интеграла: вычисление объёмов тел, площадей и массы плоских фигур, статических моментов, координат центра тяжести и моментов инерции плоских фигур. Переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим координатам. Геометрические и физические приложения тройного интеграла: вычисление объёмов и массы тел, статических моментов, координат центра тяжести и моментов инерции тел.

Задачи, приводящие к понятиям криволинейных и поверхностных интегралов. Определение поверхностных интегралов, их свойства, примеры вычисления. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства, примеры вычисления. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (плоский случай). Нахождение функции двух переменных по её полному дифференциалу.

Числовые и функциональные ряды

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Расходимость гармонического ряда. Основные свойства сходящихся рядов. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши. Обобщённый ряд как пример эталонного ряда. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Абсолютная и неабсолютная сходимость. Функциональные ряды. Область сходимости, методы ее определения. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства

суммы степенного ряда: непрерывность, возможность почленного дифференцирования и интегрирования. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Примеры разложения. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях: вычисление определённых интегралов, решение дифференциальных уравнений.

Ряды Фурье по тригонометрическим системам. Формулы для коэффициентов ряда. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье. Ряд Фурье для чётных и нечётных функций. Формулировка достаточных условий сходимости рядов Фурье. Ряд Фурье для функции с любым периодом. Условие поточечной сходимости и сходимости «в среднем». Применение тригонометрических рядов Фурье в приближенных вычислениях. Понятие о практическом гармоническом анализе. Интеграл Фурье.

Раздел 3. Некоторые специальные темы

Элементы дискретной математики

Основные понятия теории графов. Деревья. Лес. Бинарные деревья. Связность графа: матричный и строчный способы задания графа. Некоторые задачи теории графов.

3.2. Объём дисциплины и виды учебной работы

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестрах.

Общая трудоемкость дисциплины распределяется по основным видам учебной работы в соответствии с рабочим учебным планом следующим образом:

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц
Контактная работа (всего)	162
В том числе:	
Лекции	72
Практические / семинарские занятия (ПЗ/СЗ)	90/-
Лабораторные занятия (ЛЗ)	–
Самостоятельная работа студентов (всего)	198
В том числе:	
Подготовка к практическим / семинарским занятиям	70
Подготовка к лабораторным занятиям и к защите лабораторных работ	–
Выполнение курсового проекта/курсовой работы	–
Реферат	20
Подготовка к зачету	18
Контроль (подготовка к экзамену)	90
Общая трудоёмкость	360/10